

PROVA DE FÍSICA MATEMÁTICA II – EDO

Sandro Dias Pinto Vitenti

Departamento de Física – CCE – UEL

1. Considere a equação diferencial

$$x^2 y'' + x(1+x)y' - y = 0.$$

- Classifique o ponto $x_0 = 0$.
- Reescreva a equação na forma apropriada para o método de Frobenius, determine as funções analíticas $p(x)$ e $q(x)$ em torno de $x_0 = 0$ e determine o polinômio indicial.
- Obtenha a relação de recorrência para os coeficientes da série.

2. Considere a equação diferencial

$$x^2 y'' + xy' + (x^2 - 1)y = 0.$$

- Mostre que a equação possui um ponto singular regular em $x_0 = 0$.
- Encontre a solução correspondente ao maior índice da equação indicial usando o método de Frobenius (polinômio indicial e série de recorrência).
- Classifique o tipo da solução linearmente independente (Caso 1, Caso 2-A, Caso 2-B-i ou Caso 2-B-ii) e discuta o aparecimento de termos logarítmicos.

3. Considere a equação de Laguerre

$$xy'' + (1-x)y' + \lambda y = 0.$$

- Resolva a equação em torno de $x_0 = 0$ por séries de potências e obtenha a relação de recorrência.
- Determine para quais valores de λ a solução se reduz a um polinômio.

4. Considere a equação

$$(1-x^2)y'' - 2xy' + \mu y = 0.$$

- Mostre que $x = \pm 1$ são pontos singulares regulares.
- Reescreva a equação na forma apropriada para o método de Frobenius, determine as funções analíticas $p(x)$ e $q(x)$ em torno de $x_0 = 1$ e encontre os expoentes indiciais.