

## TEMAS PARA SEMINÁRIOS DE FÍSICA MATEMÁTICA II

*Sandro Dias Pinto Vitenti*

*Departamento de Física – CCE – UEL*

---

### SEMINÁRIO 1: ORTOGONALIDADE E NORMALIZAÇÃO DOS HARMÔNICOS ESFÉRICOS

**Objetivo:** Discutir a estrutura matemática dos harmônicos esféricos focando na separação angular, ortogonalidade e normalização.

- Separação da parte angular da equação de Laplace;
- Solução para a variável  $\phi$ : série de Fourier com base ortonormal  $e^{im\phi}$ ;
- Equação para  $\theta$ : surgimento dos polinômios associados de Legendre  $P_\ell^m(\cos \theta)$ ;
- Ortogonalidade dos  $P_\ell^m$  e dos harmônicos esféricos  $Y_\ell^m(\theta, \phi)$ ;
- Normalização e papel dos harmônicos como base ortonormal em  $L^2(S^2)$ .

### SEMINÁRIO 2: SEPARAÇÃO DE VARIÁVEIS EM COORDENADAS CARTESIANAS E ESFÉRICAS

**Objetivo:** Apresentar o método de separação de variáveis em duas geometrias, com foco na ortonormalidade das soluções em coordenadas cartesianas.

- Método de separação de variáveis aplicado à equação de Laplace;
- Coordenadas cartesianas: resolução no interior de um cubo com condições de Dirichlet homogêneas;
- Construção de uma base ortonormal de funções tipo seno;
- Propriedades de ortogonalidade e normalização (produto interno em  $L^2$ );
- Coordenadas esféricas: separação formal da equação (sem resolver);

- Interpretação das equações resultantes para  $r$ ,  $\theta$ ,  $\phi$ .

### SEMINÁRIO 3: EQUAÇÃO DE POISSON, FUNÇÃO DE GREEN E TEOREMA DA UNICIDADE

**Objetivo:** Apresentar a solução formal da equação de Poisson usando funções de Green e discutir o teorema da unicidade.

- Equação de Poisson:  $\nabla^2\Phi = -\rho/\epsilon_0$ ;
- Solução formal com função de Green;
- Interpretação física da função de Green (resposta à fonte pontual);
- Exemplo: função de Green no espaço livre;
- Declaração e implicações do teorema da unicidade (Dirichlet e Neumann);
- Consequências físicas: garantia de que a solução obtida por métodos formais é única.

### SEMINÁRIO 4: PARTE RADIAL DA EQUAÇÃO DE SCHRÖDINGER PARA O HIDROGÊNIO

**Objetivo:** Analisar a equação radial do átomo de hidrogênio, com ênfase nos aspectos matemáticos que levam à quantização da energia.

- Separação de variáveis na equação de Schrödinger com potencial eletrostático;
- Forma da equação radial efetiva com o termo centrífugo;
- Análise assintótica para  $r \rightarrow 0$  e  $r \rightarrow \infty$ ;
- Mudança de variáveis e definição da função  $u(r) = rR(r)$ ;
- Método de Frobenius e imposição de que a série termine (polinômio de Laguerre associado);
- Surgimento da quantização da energia  $E_n \sim -1/n^2$ .